

Clasa a IX-a mate-info

1. a) Demonstrați că $a^3 - 3a + 2 \geq 0$, $\forall a \in R_+$;

b) Folosind eventual punctul a) deduceți că: $\frac{a}{b^3+5} + \frac{b}{a^3+5} \leq \frac{1}{3}$,

$\forall a, b \in [0,1]$.

2. Calculați $S = \left[\sqrt{n^2+1} \right] + \left[\sqrt{n^2+5} \right]$, unde $n \in N$.

Notă. $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x .

3. Calculați valoarea minimă a expresiilor $E = |x+2011| + |x-2012|$ și

$F = |x+1| + |x+2| + |x+3| + \dots + |x+2012|$, unde $x \in R$.

4. Fie paralelogramul $ABCD$ și punctele $M \in (AD)$, $N \in (BC)$, $P \in (MN)$

astfel încât $\frac{BN}{BC} + 2\frac{AM}{AD} = 2$ și $\frac{NP}{PM} = 2$. Arătați că punctele B, P, D sunt

coliniare.

Timp de lucru 3 ore. Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.